

О некоторых особенностях эффективных скоростей  $V_{\text{огт}}$  в двумерных слоистых средах с латеральными изменениями пластовых скоростей и слабо криволинейными границами раздела слоёв.

#### Аннотация

Рассмотрены свойства и способы расчёта эффективных скоростей  $V_{\text{огт}}$ . На основании расчётов на моделях исследовано влияние системы наблюдений и латерального изменения пластовых скоростей на интегральные и предельные эффективные скорости  $V_{\text{огт}}$ . Предложен приближённый способ расчёта интегральных эффективных скоростей  $V_{\text{огт}}$  на основе аналитических соотношений. Изучены особенности таких расчётов.

Под *эффективной* скоростью (согласно Ризниченко, 1946) понимают скорость в однородной среде с плоской отражающей границей определяемой по соответствующему ей гиперболическому годографу ОГТ наилучшим образом совпадающему с наблюдаемым годографом. Правило наилучшего совпадения подразделяет такие скорости на два вида: *интегральные* и *предельные* (Пузырёв, 1979, Гольдин, 1979). Если наилучшее совпадение определяется для всех точек годографа, то определённая из этого условия эффективная скорость называется *интегральной*. Если же мы рассматриваем наилучшее совпадение на бесконечно малом элементе годографа, в частности в окрестности точки, когда источник и приёмник совпадают, то эффективная скорость называется *предельной*. В последнем определении наилучшее совпадение понимается как совпадение с точностью до второй производной годографа, так как именно она определяет скорость в гиперболическом годографе. Действительно, после возведения в квадрат и двукратного дифференцирования уравнения гиперболического годографа:

$$t(L) = \sqrt{t_0^2 + L^2/V_{\text{огт}}^2} \quad (1)$$

по  $L$ , получим:

$$V_{\text{огт}} = \sqrt{1/(t_0 \cdot t_{LL})}, \quad (2)$$

где  $L$  — удаление источник-приёмник. Здесь и далее нижними буквенными индексами обозначена операция дифференцирования.

Из приведённых определений следует, что для вычисления интегральной эффективной скорости ОГТ  $V_{\text{огт}}$  нужно рассчитать годограф ОГТ в заданной модели среды и затем найти  $V_{\text{огт}}$  из условия его наилучшего совпадения с гиперболой (1). Заметим, что в этом случае определяется также и интегральное значение нормального времени  $t_0$ . В этой работе в качестве модели среды мы принимаем толсто слоистую среду

с латеральными изменениями пластовых скоростей и слабо криволинейными границами раздела слоёв. В такой модели времени прохождения волн мы рассчитывали, полагая небольшие изменения пластовой скорости по отношению к её абсолютному значению. Это допущение характеризует большинство реальных сред. Тогда, с достаточной точностью, время можно вычислять интегрированием медленностей (обратных величин к пластовой скорости) вдоль прямолинейных лучей (Лаврентьев М.М., Васильев В.Г. Романов В.Г., 1969). Траектории лучей из источников в приёмники находились по принципу Ферма: точки преломления и отражения определяются из условия экстремума времени для заданного источника и приёмника. Такая экстремальная задача решалась методом квази-Ньютона с конечно-разностной аппроксимацией производных (Dennis and Schnabel, 1983), и поливершинным методом (Nelder and Mead, 1965) и (Gill et al., 1981)<sup>1</sup>.

Предельная эффективная скорости ОГТ, согласно (2), выражается через вторую производную годографа ОГТ  $t_{LL}$ . Для её вычисления мы воспользуемся полученными ранее результатами. Прежде всего, как показано в работе (Черняк В.С., Гриценко С.А., 1979), она равна половине второй производной годографа волны, выходящей из основания нормального луча<sup>2</sup>. А эту вторую производную будем рассчитывать, используя алгоритм, предложенный в работе (Бляс Э.А. Гриценко С.А. Черняк В.С., 1984). Здесь предложен послонный пересчёт вторых производных поля времён через систему слоёв. В данном случае нас будет интересовать только вторая производная по координате приёмника для волны распространяющейся от основания нормального луча. Если известна эта производная  $t_{yy}$  по границе слоя  $g(y)$ , в который входит луч (как будто приёмник расположен на этой границе), то производная  $t_{xx}$  по следующей границе слоя  $f(x)$  по ходу луча определяется формулой:

$$t_{xx} = -\frac{\tau_{xy}^2}{t_{yy} + \tau_{yy}} + \tau_{xx} . \quad (3)$$

Здесь  $\tau$  - время распространения волны в проходимом слое между точками  $g(x)$  и  $f(y)$ . В (3) нужно найти вторые производные этого времени для случая, когда пластовая скорость в слое меняется по латерали. Формулы для таких производных получены в работе (Гриценко С.А., Черняк В.С. 2001):

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \frac{n}{s} + s \cdot n_{xx} / 3 - f_{xx} \cdot n - f_x n_x \\ \tau_{xy} &= -\frac{n}{s} + s \cdot n_{xx} / 6 + (g_x - f_x) \cdot n_x / 2 \\ \tau_{yy} &= \frac{n}{s} + s \cdot n_{xx} / 3 + g_{yy} \cdot n + g_y n_x , \end{aligned} \quad (4)$$

здесь  $n$  - пластовая медленность (обратная величина пластовой скорости),  $s$  - расстояние между точками  $f(x)$  и  $g(y)$ . Эти формулы получены в предположении слабо криволинейных границ. Тогда расчёт можно выполнить вдоль вертикального луча:  $x = y$ . Расчёт производится по следующей рекуррентной схеме: начиная с кровли отражающего

<sup>1</sup> Сравнение этих методов в задаче поиска лучей показало, что при заданной точности, поливершинный метод быстрее, а метод квази-Ньютона надёжнее.

<sup>2</sup> С точки зрения теории изображений (см., например, М. Борн, Э. Вольф 1970), точка основания нормального луча является точкой *рассеивания* на отражающей границе. Рассеивание фокусируется с помощью линзы в точку изображения на временном разрезе. Роль линзы выполняет суммирование сейсмограмм ОГТ по симметричным гиперболическим годографам. *Гиперболические* годографы означают, что при суммировании используется информация лишь о *вторых производных* годографа ОГТ. Это потому, что симметричная гипербола суммирования определяется второй производной годографа ОГТ в точке  $L = 0$ . Таким образом, процедура суммирования по гиперболе приводит к выделению глубинной точки, как точки изображения.

слоя, вторая производная по которой определяется первым соотношением из (4), согласно (3) и (4) найдём вторую производную на кровле выше лежащего слоя и далее, аналогично, будем вычислять производные всё выше и выше пока не достигнем поверхности наблюдений. Этот рекуррентный способ расчёта предельных эффективных скоростей ОГТ, по видимому, хорошо коррелируется с формулами, полученными методом малого параметра у (Бляс Э. А., 1988), в силу сделанных допущений. Возможно, здесь приведена запись полученных в этой работе формул в рекуррентном виде.

Система наблюдений и строение среды по разному влияют на интегральные и предельные параметры. Так как интегральная эффективная скорость ОГТ определяется на конечном интервале годографа, то её значение зависит от длины, конфигурации и кратности каждой выборки источников и приёмников из многократной системы наблюдений по ОГТ, в отличие от предельных скоростей которые от этих параметров не зависят (Это в идеале, когда производные  $f_x, f_{xx}, n_x, n_{xx}$  в (4) оцениваются на бесконечно малом интервале профиля, иначе, если оценка производных выполняется на конечных интервалах, это не так. Как будет показано ниже, зависимость предельных параметров от интервала оценки производных глубин и пластовых скоростей можно эффективно использовать). Если длина расстановки стремится к 0, то, как следует из сделанных определений, интегральная скорость стремится к предельной. С другой стороны, чем меньше длина расстановки, тем существеннее влияние её кратности и конфигурации на интегральную скорость.

Влияние строения среды и связанное с ним различие интегральной и предельной скорости часто связываю с отличием годографа ОГТ от гиперболы (2). Действительно, если годограф ОГТ является гиперболой, то, по определению этих скоростей, они совпадут. Чем больше длина расстановки, тем зачастую значимее отличие годографа ОГТ от гиперболы и больше, возможно, большее отличие интегральных и предельных скоростей. Однако, в случае латерального изменения пластовой скорости, длина расстановки может существенно влиять на значение интегральной скорости, даже если годограф ОГТ почти не отличается от гиперболы, так как такой почти гиперболический годограф, в этом случае, может существенно меняться, при увеличении длины расстановки за счёт изменения пластовой её пределах.

Все эти закономерности мы проиллюстрируем расчётами в четырёхслойной модели среды, включающей слой вечной мерзлоты с зоной растепления (см. рис. 1)<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Модель выбрана на основании интерпретации профильных наблюдений на Ново-Соленинской площади (Таймырский автономный округ)

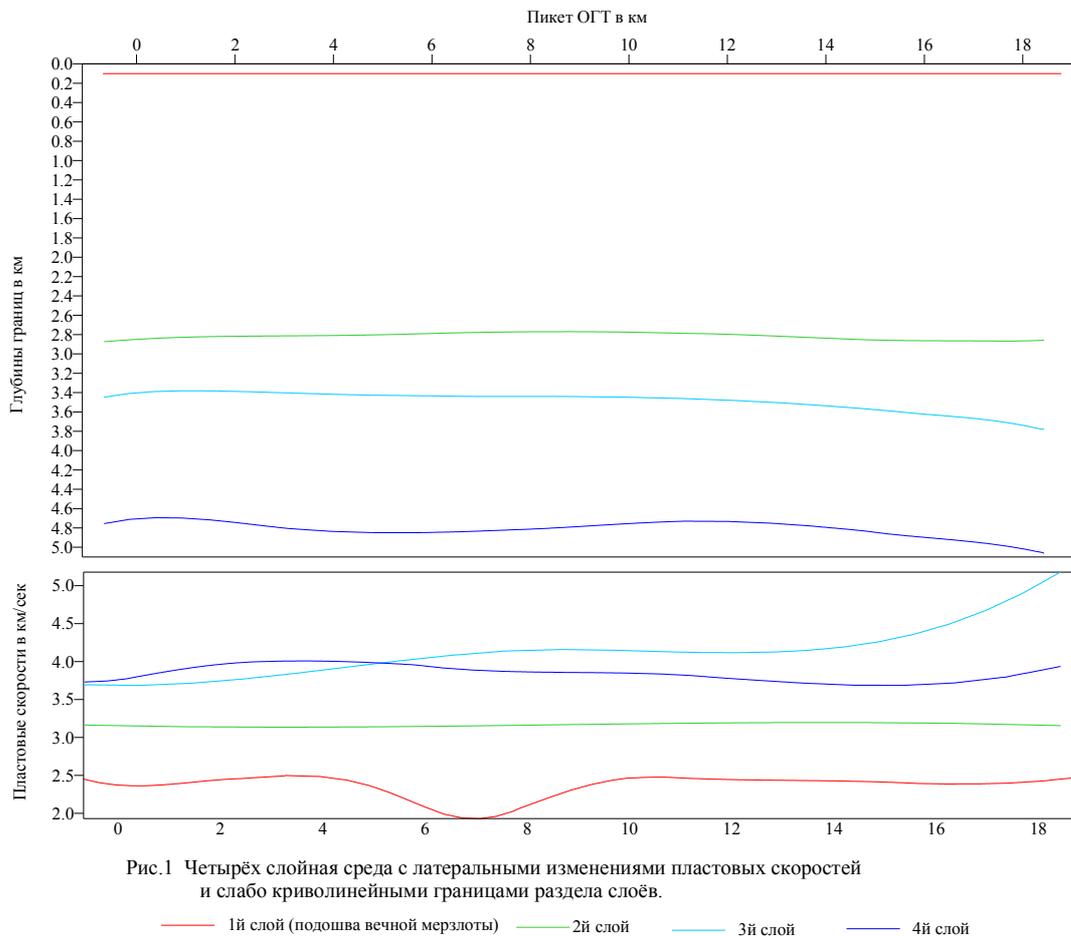


Рис.1 Четырёх слойная среда с латеральными изменениями пластовых скоростей и слабо криволинейными границами раздела слоёв.

— 1й слой (подшва вечной мерзлоты) — 2й слой — 3й слой — 4й слой

Прежде всего рассмотрим влияние системы наблюдений на интегральные скорости  $V_{огт}$  (см. рис. 2).

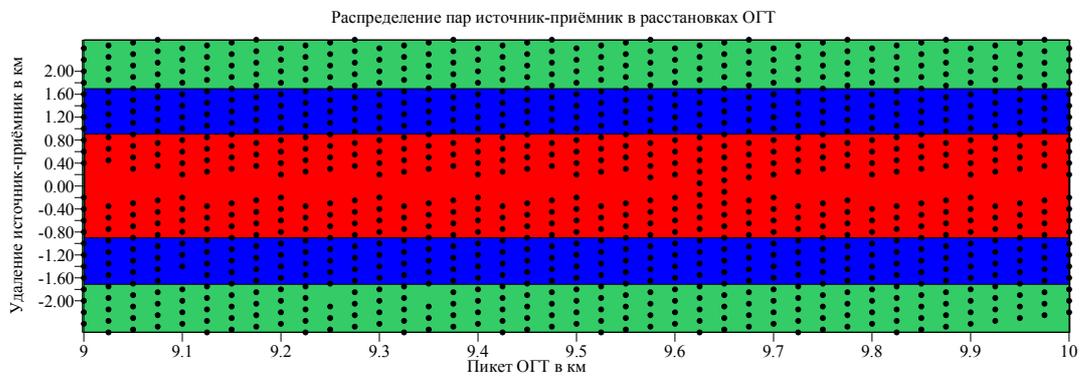
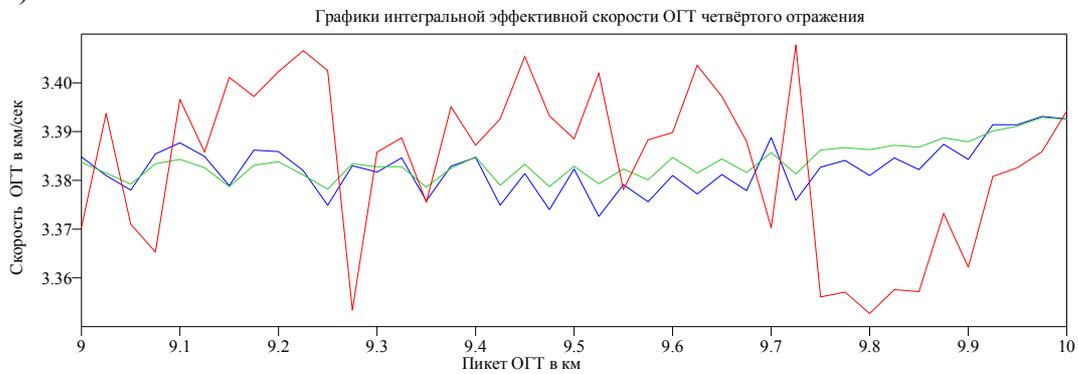


Рис.2 Влияние кратности и длины расстановок ОГТ на интегральную эффективную скорость ОГТ

— Длина расстановки ОГТ 2.55 км — Длина расстановки ОГТ 1.70 км — Длина расстановки ОГТ 0.85 км

Приведённый на этом рисунке расчет  $V_{\text{огт}}$  для самой глубокой четвёртой отражающей границы, выполненный для наглядности на малом интервале профиля, показывает, что чем меньше длина расстановки ОГТ, тем больше её изменение от пикета к пикету влияет на поведение интегральной скорости. Для самой короткой расстановки (850 м) колебания  $V_{\text{огт}}$ , связанные с изменением кратности ОГТ достигают 50 м/сек, а для самой длинной (2550 м), не превосходят и 5 м/сек. В процедурах скоростного анализа, предназначенных для определения эффективных скоростей по сейсмическим данным, определяется именно интегральные значения эффективных скорости  $V_{\text{огт}}$ . Поэтому ложные колебания  $V_{\text{огт}}$ , связанные как с естественным изменением расстановок ОГТ, так и с их сокращением вследствие отбраковки отдельных наблюдений, будут отражаться на измеряемых значениях скоростей. И чем меньше расстановка, тем сильнее такие искажения. Так, например, вследствие применения мьютинга такие искажения будут больше для более высоко лежащих горизонтов.

Дополнительное подтверждение того, что резкие колебания интегральной скорости могут быть вызваны системой наблюдений, мы получим, если рассчитаем предельные параметры, которые не зависят от кратности и длины расстановок ОГТ (см. рис 3).

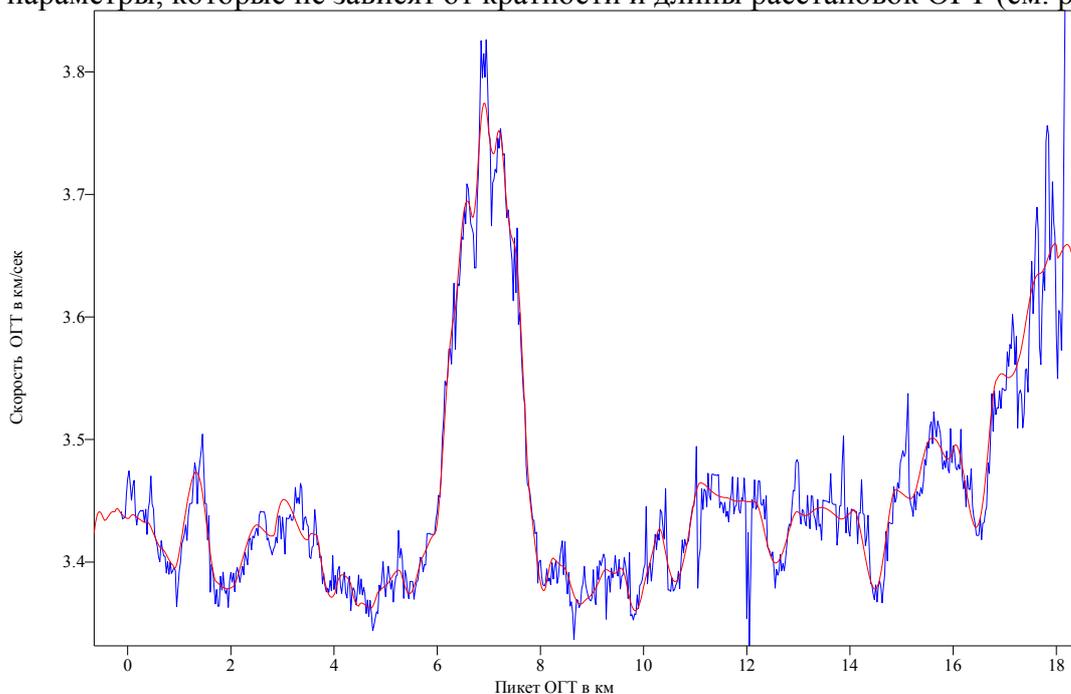


Рис 3. Предельная и интегральная эффективная скорость ОГТ четвёртого отражения для расстановки 850 м.

 Интегральная эффективная скорость ОГТ
  Предельная эффективная скорость ОГТ

Расчёт интегральных параметров здесь выполнен для короткой расстановки 850м, для которой предельные параметры должны незначительно отличаться от интегральных, поэтому можно считать, что различия в их значениях в данном случае объясняются только изменениями расстановки ОГТ на базе 850 м. Отличие интегральных и предельных параметров, связанное со средой, как уже отмечалось, будет проявляется при больших длинах расстановки ОГТ (см рис 4).

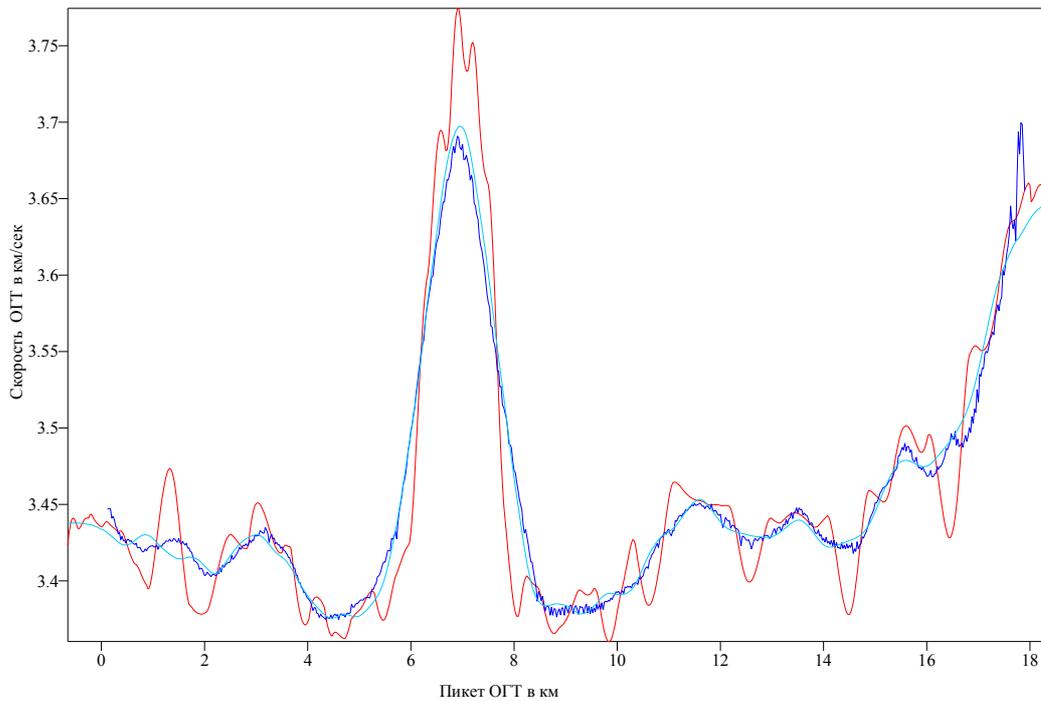


Рис 4. Предельная и интегральная эффективная скорость ОГТ четвертого отражения для расстановки 2550 м.

Интегральная эффективная скорость ОГТ     
 Предельная эффективная скорость ОГТ  
 Сглаженная на базе 2.5 км предельная скорость

Здесь предельная скорость больше чем интегральная осцилирует по профилю и различия этих скоростей имеют знакопеременный характер, причём такой, что интегральная скорость срезает экстремумы предельной. Характер различий таков, что можно считать, что интегральная скорость сглаживает значения предельной. Сглаживание предельной скорости, при котором достигается наилучшее совпадение её сглаженных значений с интегральной скоростью (голубая кривая на рис 4.) очень хорошо свидетельствует об этом.

Здесь мы рассмотрим и другой, как нам представляется, более точный способ приблизить значений предельных скоростей к интегральным для больших длин расстановок. При расчёте предельных параметров по формулам (3) и (4) мы должны вычислять первые и вторые производные границ и пластовых скоростей ( $f_x, f_{xx}, n_x, n_{xx}$ ) в окрестности нормального луча<sup>1</sup>. Мы производим это путём параболической аппроксимации сеток границ и пластовых скоростей в заданной окрестности. Как мы убедились, величина этой окрестности существенно влияет на поведение предельных скоростей по профилю: чем она больше, тем меньше осцилляции предельных скоростей и их значения приближаются к интегральным. На рис. 5 приведены рассчитанные предельные скорости с выбором такого размера окрестности аппроксимации границ и пластовых скоростей, когда достигается наилучшее совпадение интегральных и предельных скоростей.

<sup>1</sup> Выбор окрестности означает что при наших вычислениях производится лишь оценка предельных скоростей и чем эта окрестность меньше тем точнее такая оценка – вычисленные на основе (3) и (4) вторые производные годографа ближе к значению второй производной наблюдаемого годографа. Увеличение окрестности приводит к ухудшению этой оценки, но как мы увидим ниже позволяет получать значения приближающиеся к интегральным скоростям

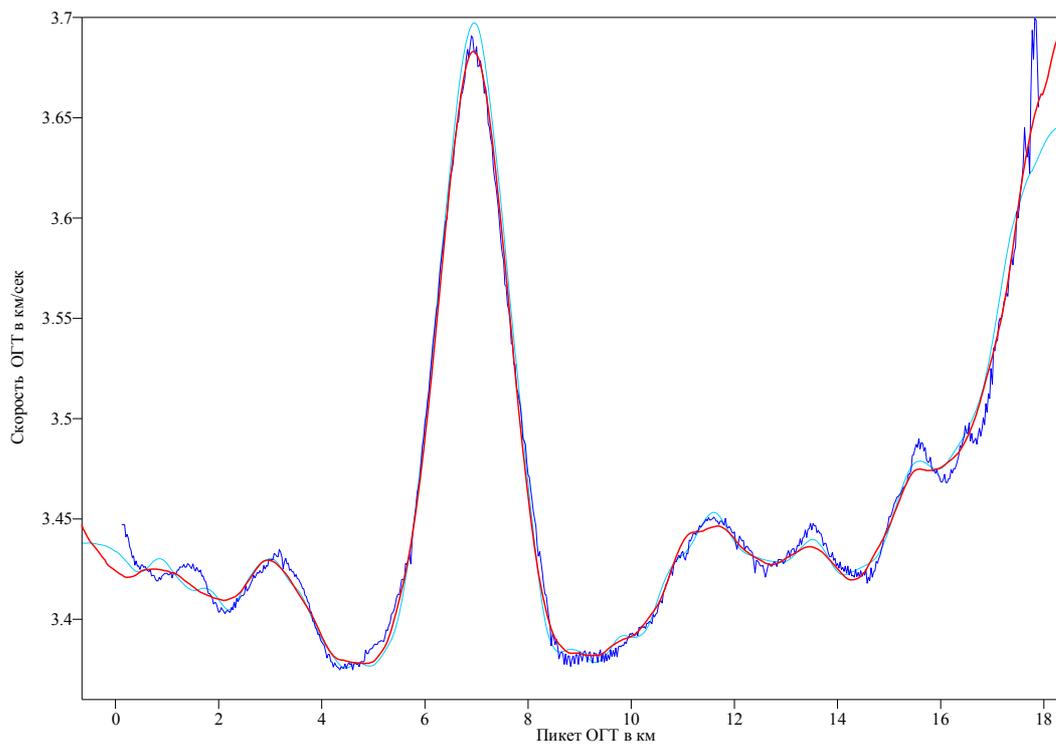


Рис 5. Предельная и интегральная эффективная скорость ОГТ четвертого отражения для расстановки 2550 м.

 Интегральная эффективная скорость ОГТ
  Предельная эффективная скорость ОГТ при оптимальной окрестности оценки производных
  Сглаженная на базе 2.5 км предельная скорость

Этот расчёт показывает, что оптимальная окрестность приводит предельные параметры с удовлетворительной точностью к интегральным - ни чуть не хуже чем сглаживание предельных параметров полученных при минимальной (850м) окрестности вычисления производных.

Так как это замеченное свойство, позволяющие, с приемлемой точностью, вычислять интегральные скорости через предельные, представляется нам чрезвычайно интересным, мы проверили его на более сложной модели среды (см. рис. 6).

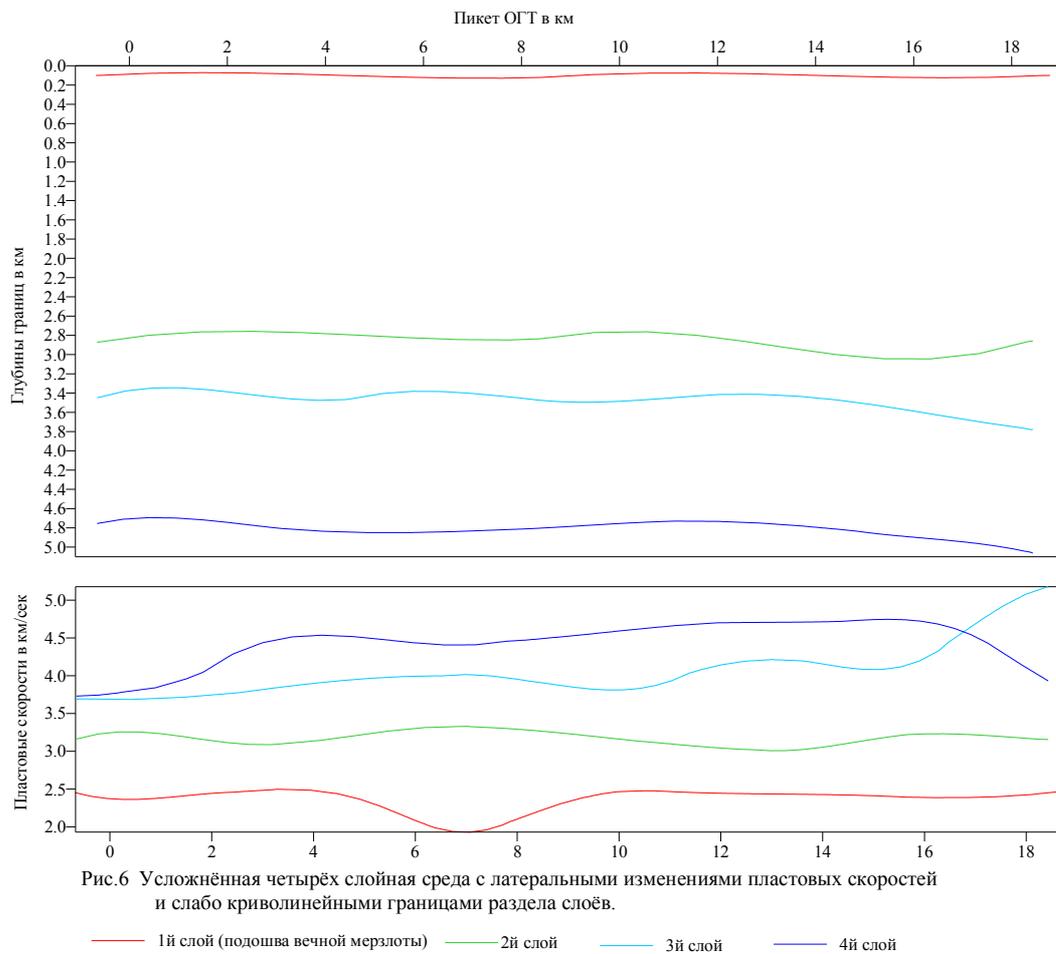


Рис.6 Усложнённая четырёх слойная среда с латеральными изменениями пластовых скоростей и слабо криволинейными границами раздела слоёв.

И для такой модели выбор оптимальных окрестностей аппроксимации границ и скоростей даёт удовлетворительное приближение предельных скоростей к интегральным (см. рис. 7).

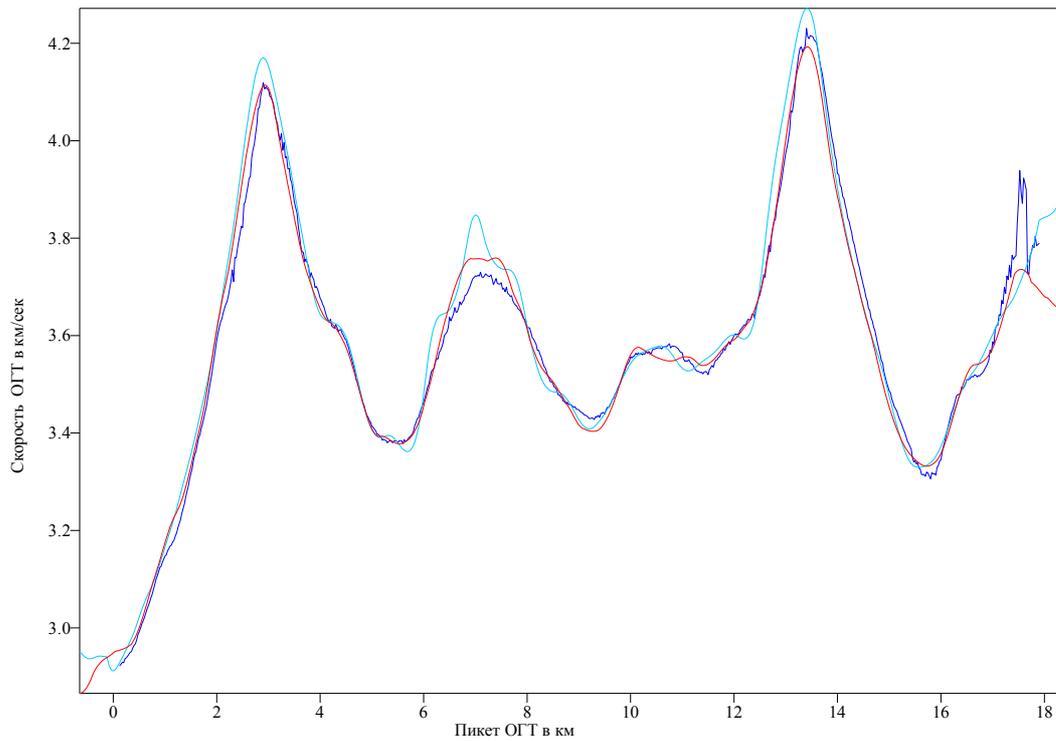


Рис 7. Предельная и интегральная эффективная скорость ОГТ четвёртого отражения для расстановки 2550 м. для усложнённой модели среды



Причём сглаживание предельных скоростей здесь существенно хуже решает эту задачу. Это и хорошо. Рекуррентные формулы расчёта предельных параметров с выбором оптимальных окрестностей можно обернуть и получить решение обратной задачи для определения пластовой модели среды, как мы убеждаемся по почти интегральным скоростям. Прием приближения предельных скоростей к интегральным путём их сглаживания не обеспечивает такой важной конструктивной возможности обращения на уровне формул.

Рассмотрим более детально выбор оптимальных окрестностей глубин и пластовых скоростей при расчёте предельных скоростей. На рис. 8 приведены карты среднеквадратичных отклонений предельных и интегральных скоростей, по экстремальным значениям которых выбираются эти окрестности.

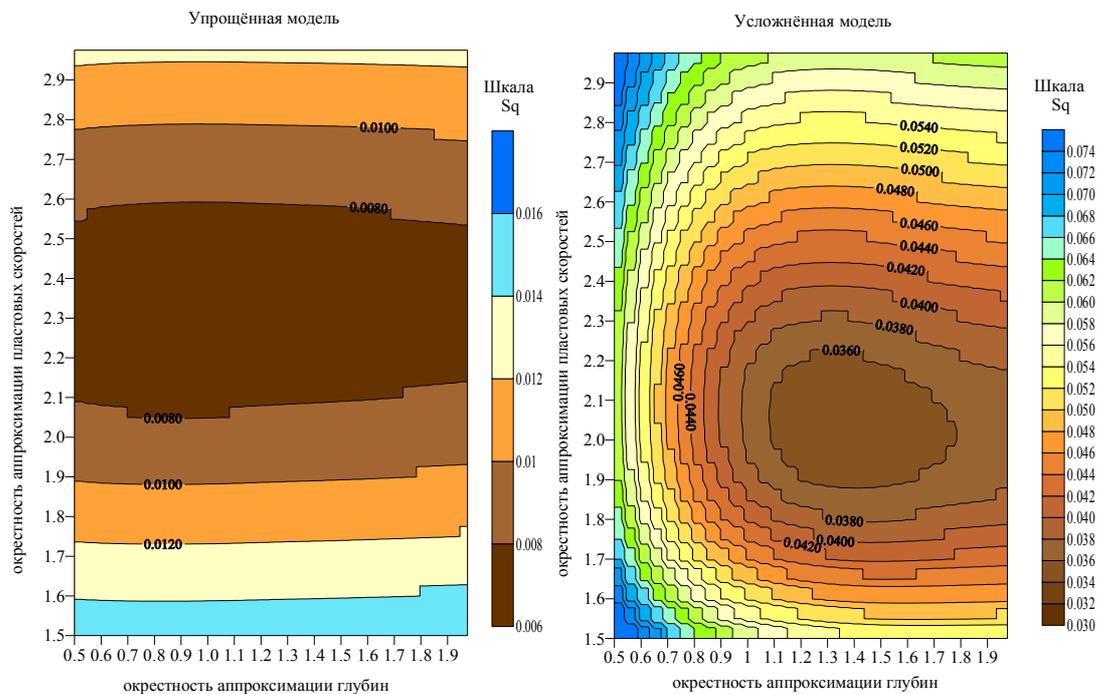


Рис 8. Карты среднеквадратичных отклонений (Sq) предельных и интегральных скоростей ОГТ (длина расстановки 2550м) четвёртого отражения

Экстремальные области карт достаточно широки, для того чтобы утверждать, что оптимальные окрестности для достижения приемлемой точности можно выбирать в широком диапазоне. Это свидетельствует о том, что такой выбор слабо зависит от модели среды. Для усложнённой и упрощённой модели можно выбрать одни и те же окрестности, достигающие достаточной точности. При этом отличие в точности не будет превосходить 2 м/сек. Оптимальные окрестности для пластовых скоростей чуть меньше длины расстановки, а для глубин чуть меньше её половины, причём для глубин оптимальная окрестность может быть выбрана в более широком, чем для пластовых скоростей диапазоне без значимой потери точности. Анализ карт, приведённых на рис. 8 позволяет надеяться, что в достаточно широком классе сред, можно выбирать оптимальные окрестности аппроксимации глубин и пластовых скоростей как некоторую эвристическую функцию длины расстановки ОГТ, так что рассчитываемые при таких окрестностях предельные скорости будут с приемлемой точностью описывать поведение интегральных скоростей. В этих случаях можно заменить время ёмкую и не всегда устойчивую прямую задачу расчёта интегральных параметров с помощью трассирования лучей очень быстрой задачей расчёта по формулам предельных параметров, но с правильно выбранными окрестностями локальной аппроксимации глубин и пластовых скоростей. Кроме того, обращив эти формулы можно считать, что построенные таким образом решения обратных задач применимы к скоростям ОГТ, полученным при обработке сейсмических данных в процедурах скоростного анализа.

В заключение рассмотрим особенности влияния зоны растепления на эффективные скорости ОГТ. На рис. 9. приведены пластовые и интегральные эффективные скорости для всех четырёх горизонтов в упрощённой модели среды. Обращает на себя внимание то, что экстремум эффективной скорости связанный с зоной растепления имеет тот же знак что и у пластовой скорости для отражения от подошвы этой зоны. Для отражений от более глубоких границ экстремум меняет знак на противоположный, причем, чем глубже граница, тем он больше. Эта закономерность инверсии и роста экстремума с глубиной является хорошим индикатором для выделения зон вечной мерзлоты и её растепления.

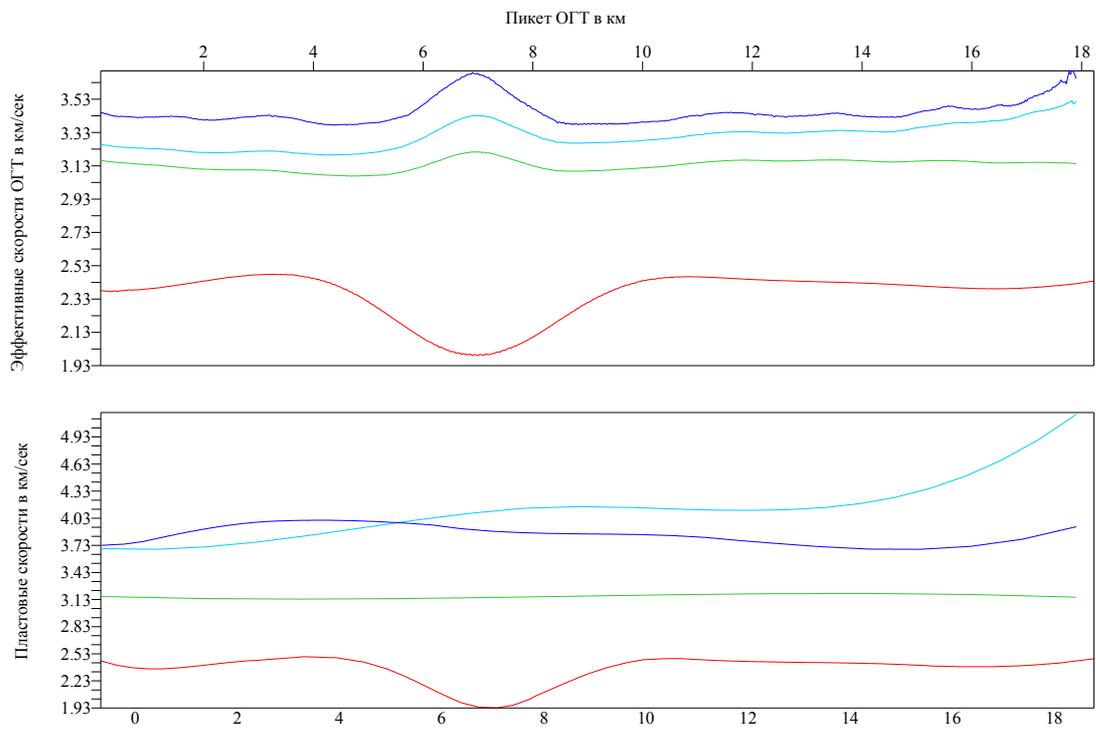


Рис.9 Пластовые скорости и интегральные эффективные скорости ОГТ для упрощённой модели среды

— 1й слой (подшва вечной мерзлоты) — 2й слой — 3й слой — 4й слой