

Фильтрация по методу Прони

Аннотация

Предложен метод фильтрации основанный на экспоненциальном разложении по методу Прони. Предложен способ выбора порядка модели и величины окна экспоненциального разложения (порядка и окна авторегрессионной модели). Приведены примеры сравнения временных разрезов до и после предложенной фильтрации и с узкополосой полосовой фильтрацией. Отмечается существенное повышение разрешения по вертикали и горизонтали. Рассмотрены геологические результаты интерпретации временных разрезов после предложенной фильтрации.

Для достижения более высокого разрешения по времени t и горизонтальной координате x предлагается из исходного временного разреза $u(x, t)$ извлечь узкополосый высокочастотный разрез по k –той составляющей M -членного экспоненциального разложения :

$$u(x, t) \approx \sum_{k=1}^M A_k e^{-\alpha_k \cdot t} \cos(\omega_k t + \varphi_k). \quad (1)$$

Разложение (1) ищется в скользящем временном окне $t = \left[t - \frac{dt}{2}, t + \frac{dt}{2} \right]$.

Использование экспоненциального разложения в анализе сейсмических данных предложено Г.Ф.Телепнёвым [Ковалёв,1981]. Разложение находится методом Прони, который в 1795 году предложил его для интерполяции данных проводимых им измерений расширения газов при различных температурах[de Proni,1795]. Интересно, что Г.Ф. Телепнев по параметрам экспоненциального разложения временных разрезов предлагал предсказывать внутрипластовое давление. Напомним также, что на основании обширного экспериментального изучения Н. Н. Пузырев, в качестве обобщенной формы сейсмического сигнала, рассматривал отдельную составляющую в разложении (1) (Пузырёв,1959).

Расчет нового временного разреза $w(x, t)$ производится путем вычисления амплитуды k -той составляющей в центре временного окна:

$$w(x, t) = A_k(x, t) \cdot e^{-\alpha_k(x, t) \cdot t} \cos(\omega_k(x, t) \cdot t + \varphi_k(x, t)) \quad (2)$$

Пример такого конструирования трасс приведен на рис. 1.

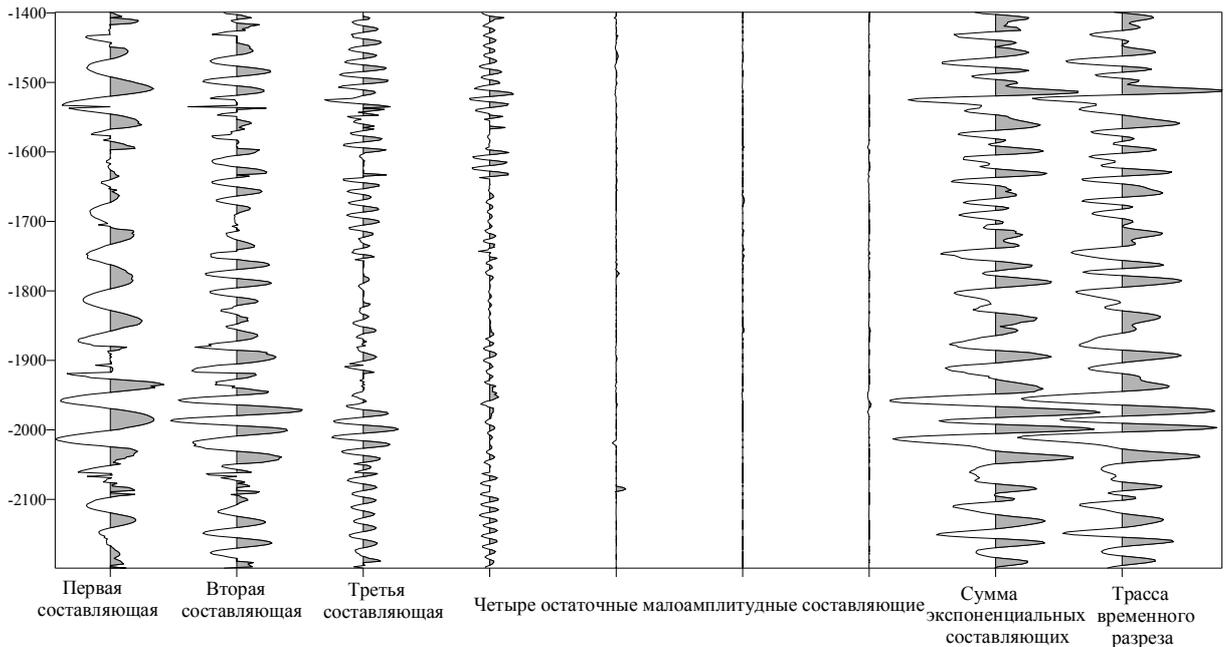


Рис. 1. Экспоненциальное разложение трассы временного разреза

Учитывая, что метод получения экспоненциального разложения (1) предложен Прони, назовем это преобразование временного разреза фильтрацией по методу Прони. В отличие от узкополосной полосовой фильтрации здесь предполагается выбор не бесконечных, а затухающих гармоник, что позволяет надеется на извлечение достаточно узкой полосы частот без потери разрешения по вертикали. Более высокое разрешение достигается также за счет “пропускания” переменной по x и t частоты $\omega_k(x, t)$.

По M -членному экспоненциальному разложению (далее - по модели порядка M) можно построить M фильтров Прони(см. рис.1). Разброс частот $\omega_k(x, t)$ k -той составляющей экспоненциального разложения определяет полосу пропускания соответствующего ей фильтра. Любое M -членное разложение содержит составляющие, относящиеся как к низкочастотным, так и к высокочастотным частям спектра реальных сигналов. Выбором соответствующей составляющей можно сконструировать высокочастотный фильтр, однако, ширина его

полосы пропускания (разброс $\omega_k(x, t)$) для выбранного порядка модели M существенно зависит от величины временного окна dt : чем больше окно, тем меньше полоса пропускания. С другой стороны, чем больше окно, тем меньше соответствие суммарной трассы экспоненциального разложения реальной трассе, т.е. разложение менее адекватно реальным данным (полное соответствие - знак '=' в (1) достигается, если $4 \cdot N = M$, где N - количество отсчетов во временном окне dt). Таким образом, выбрав порог корреляции между суммарной и реальной трассами, можно определить ширину полосы пропускания для данного порядка модели M . Перебирая порядок модели можно найти наиболее узкую полосу пропускания для заданного порога.

Для решения такой задачи рассчитываются две карты: карта коэффициента корреляции между суммарной и реальной трассами и карта дисперсии частот k -той составляющей, ближайшей к заданному значению частоты. Эти величины картируются в координатах: размер временного окна, порядок модели (см. рис. 2)

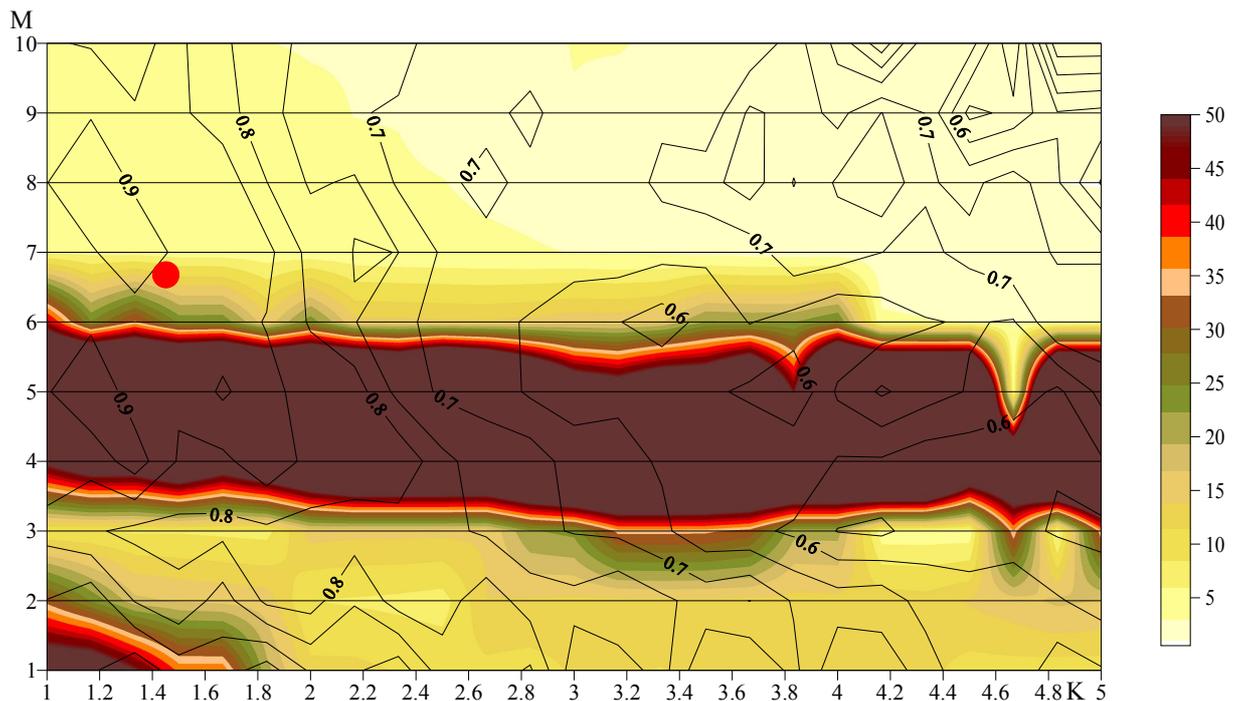


Рис.2. Выбор порядка модели и временного окна экспоненциального разложения

Изолинии - коэффициент корреляции реальной и суммарной трасс экспоненциального разложения.

Палитра - дисперсия частот компоненты экспоненциального разложения, ближайшей к 40 Гц.

M - порядок модели, K - величина, связанная с временным окном $dt=4 \cdot M \cdot K \cdot d$, d - шаг дискретизации по времени.

В выбранной (красной) точке (порядок модели 7, временное окно 0.1 с.) коэффициент корреляции равен 0.88, дисперсия частот 4.5 Гц.

Карты рассчитаны путем их осреднения по десяти трассам, равномерно расположенным вдоль профиля. На основании совместного анализа карт по принятым критериям (коэффициент корреляции между

суммарной и реальной трассой не менее 0.85 для высокочастотной составляющей, ближайшей к 42 гц.) выбраны две оптимальные точки соответствующие трех- и шести членным экспоненциальным разложениям с временными окнами 0.096с и 0.144с соответственно. Дисперсии частот высокочастотной волны в этих разложениях 2.6 гц. и 2.8 гц. Следовательно, полосы пропускания составляют 7.4 и 8 гц. соответственно. Выбранные разложения использовались для синтеза трасс на рис. 1.

Заметим, что при фиксированном подобии суммарной и реальной трасс (изолиния коэффициента корреляции) имеется тенденция уменьшения дисперсии частот с увеличением порядка модели. Однако, эта зависимость имеет локальные минимумы, что и позволяет выбрать оптимальные разложения для низких порядков модели.

Выбор порядка модели и величины окна в моделях регрессионного спектрального анализа (моделях предсказания временного ряда) по которым строится разложение (1) методом Прони широко обсуждался в литературе и ранее см. например (Akaike, 1969 ; Parzen, 1974; Rissanen 1983; Ulrich, 1983 и др.) Здесь, в отличие от ранее предлагаемых критериев на основе только ошибки подгонки модели к экспериментальным данным (ошибки предсказания) - аналог первой карты, предлагается использовать еще и дисперсии частот экспоненциальных составляющих оцениваемой модели - вторая карты.

Для выбора порядка модели и величины временного интервала рассматривались карты коэффициентов корреляции и дисперсии не только по отдельным профилям, но и аналогичные осреднённые карты по нескольким профилям. По достижению стабилизации осредненных карт и оптимальных точек на них производился вертикальный экспоненциальный анализ на отдельных трассах (рис. 1) с целью выбора по вертикальному разрешению наиболее подходящей экспоненциальной составляющей для каждого выбранного разложения. Далее производился сравнительный анализ отфильтрованных для выбранных разложений временных разрезов (рис. 3).

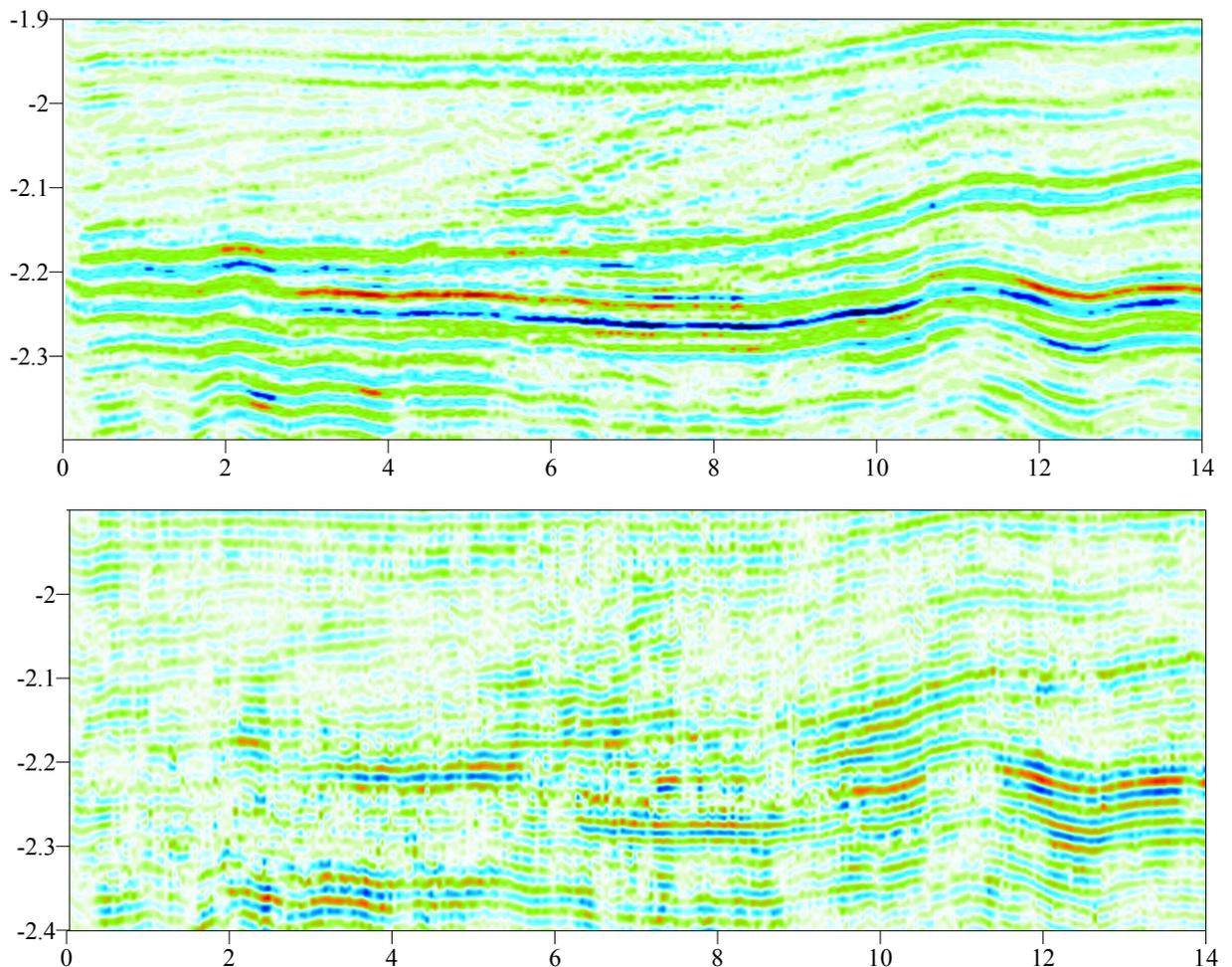


Рис. 3. Сравнение стандартного временного разреза (вверху) с его фильтрацией по Прони по второй экспоненциальной составляющей (внизу)

В результате для фильтрации по методу Прони всех временных разрезов выбрана третья составляющая в шестикратном экспоненциальном разложении с скользящим временным окном 0.144 сек.

После фильтрации по методу Прони, как видно на рис 3. отмечается существенная, по сравнению с исходным разрезом, дифференциация отфильтрованного разреза по горизонтали.

Слабые или нулевые амплитуды на отфильтрованном разрезе в отдельных областях объясняются тем что в этих областях при поиске параметров (1) методом Прони находятся кратные корни полинома ассоциированного с линейным разностным уравнением построенным путем авто регрессии временного ряда. Такие корни соответствуют составляющему вида $t \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$ - импульс Берлаге в (1). Поскольку они не учитываются в программной реализации, области

разреза, обладающие соответствующим динамическим особенностям выделяются как мало амплитудные или нулевые.

Сравнение отфильтрованного разреза с разрезом после узкополосной полосовой фильтрации в том же диапазоне частот 38-46 гц. выявляет более существенную разрешенность по вертикали и горизонтали в случае фильтрации по методу Прони. В отличие от полосовой фильтрации сохраняется структура отражений. Качественное и количественное (коэффициент корреляции между разрезами 0.76) совпадение аномалий, полученных совершенно различными алгоритмами подтверждает достоверность выделяемых дифференциаций по горизонтали.

Литература

1. *de Proni, Baron (Gaspard Riche)* Essai experimental et analytique: sur les lois de la dilatabilite de fluides elastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool a differentes temperatures, J. E. Polytech., vol. 1, no. 2 pp. 24-76, 1795
2. *Ковалев В.П. Теленев Г.Ф.* Применение метода выделения скрытых периодичностей при изучении динамики сейсмических волн. - Докл. АН УССР, 1981, вып. 5, с. 10-14
3. *Пузырев Н.Н* Интерпретация данных сейсморазведки методом отраженных волн. М., Гостоптехиздат, 1959.
4. *Akaike H.* Power Spectrum Estimation through Autoregression Model Fitting. Ann. Inst. Stat. Math., vol 21, pp. 407-419, 1969.
5. *Parzen E.* Some Recent Advances in Time Series Modeling. IEEE Trans. Autom. Control, vol AC-19, pp 723-730, December 1974.
6. *Rissanen J.* A Universal Prior for the Integers and Estimation by minimum Description Length. Ann. Stst., vol. 11, pp 417-431, 1983.
7. *Ulrich T. J., Ooe M.* Autoregressive and Mixed ARMA Models and Spectra, Chapter 3 in Nonlinear Methods of Spectral Analysis, 2nd ed., S. Haykin, ed., Springer-Verlag, New York, 1983.